

文章编号: 1000-8055(2008)02-0256-07

刚度随机失谐叶盘结构概率模态特性分析

王建军, 姚建尧, 李其汉

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 基于典型叶盘结构的集中参数模型和 Monte Carlo 数值计算, 分析了刚度随机失谐叶盘结构的概率固有特性. 给出了叶盘结构的扇区两自由度集中参数模型, 计算并说明了其基本频率结构特性, 根据叶盘结构模态振动物理背景, 提出了一个定量表征模态振型局部化程度的指标—模态局部化因子, 分别计算了不同随机刚度失谐叶盘结构固有频率和模态振型局部化的统计特性, 讨论了失谐因素的影响规律等. 研究表明, 叶片和耦合刚度的失谐影响的频率区间有着明显的不同, 并在其影响频段内模态局部化因子会出现“突变”的现象.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 叶盘结构; 随机刚度失谐; 概率振动模态特性; 模态局部化因子

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Probability characteristics of vibratory mode of bladed disk assemblies with random stiffness mistuning

WANG Jianjun, YAO Jianyao, LI Qihan

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the lumped-parametric model with two-degree-of-freedom per blade disk sector and its Monte Carlo simulation, the vibration characteristics of a typical bladed disk with different random mistuning of stiffness was researched, with particular regard to the subjects of the probability characteristics of natural frequencies and shapes. A lumped-parametric model was built and the natural mode properties of the model without mistuning were discussed. The definition of a modal localization factor was presented to assess quantitatively the behavior of shape localization for the mistuned bladed disk. Then the statistical characteristics of the natural frequencies and mode shapes were simulated and their main properties were explained. Results indicate that the influences of blade and coupling stiffness mistuning on modal characteristics are distinct in that they influence in different frequency ranges. And the localization factor in the frequency ranges affected by mistuning could change abruptly.

Key words: aerospace propulsion system; bladed disk; stiffness random mistuning; modal characteristics; localization factor

失谐叶盘结构的耦合振动特性和振动局部化特性对于航空发动机的结构完整性和工作可靠

性是至关重要的, 因此这方面的研究工作日益受到重视^[1-4].

收稿日期: 2007-01-18; 修订日期: 2007-04-18

基金项目: 国家自然科学基金(10172014)和航空科技基金(03C51032)

作者简介: 王建军(1956), 男, 江苏苏州人, 教授, 博士生导师, 主要从事航空发动机结构和传动系统振动及振动控制研究, wangjjb

@263.net.

迄今为止, 人们对具有各种特定确定性失谐的叶盘结构振动问题进行了深入的研究. 由于加工误差和使用中磨损导致的叶片间失谐一般是随机性的, 因此进行这种具有随机失谐参数的叶盘结构振动和振动局部化问题的研究最近受到重视^[4-7]. 这些研究大多采用扇区单自由度集中参数模型, 主要进行求解方法的研究. 由于这种模型较为简单, 尤其是扇区的单自由度模拟难以区分叶片振动和轮盘振动, 因此不便于进行叶盘结构问题的深入分析与研究.

为了改善单自由度模型的局限性, 同时减少计算负荷, 本文采用两自由度扇区集中参数模型系统研究叶盘结构固有特性. 这种模型可以描述真实叶盘结构的两族模态, 即其两条完整的频率节径线, 是真实系统的模态减缩模型, 因此可以在一定程度上反映真实叶盘结构的振动形态. 需要指出的是, 本文的研究并不是试图对实际某种叶盘结构进行评价, 而是选择更易于产生失谐振动模态局部化的模型形式和系统参数, 以利于了解随机失谐对于叶盘结构模态局部化概率统计特性的影响.

为了定量评价失谐造成的模态局部化, 文中定义了一种模态局部化因子, 该因子不仅具有明确的物理意义, 而且可以方便地利用该因子描述随机失谐叶盘结构模态局部化的统计特性. 在此基础上, 分别计算和分析了具有不同随机刚度失谐叶盘结构固有频率和各阶模态振型局部化因子的概率统计性质(均值和标准差).

1 典型叶盘结构集中参数模型和固有特性

1.1 典型集中参数模型

图 1 所示为本文分析所采用的典型叶盘结构集中参数模型, 各扇区的两个自由度 x_1 和 x_2 分

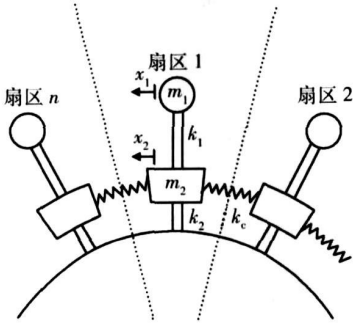


图 1 典型叶盘结构集中参数力学模型

Fig. 1 Lumped parametric model of a bladed disk

别描述叶片振动和轮盘振动, m_1 和 m_2 分别表示扇区叶片和轮盘的等效质量, k_1 和 k_2 分别表示叶片和轮盘的等效刚度, k_c 则表示各扇区间的耦合刚度.

扇区刚度以矩阵表示, 则自刚度矩阵块和耦合刚度矩阵块分别表示为

$$K = \begin{bmatrix} k_1^{(j)} & -k_1^{(i)} \\ -k_1^{(i)} & k_1^{(i)} + k_2^{(i)} + 2k_c \end{bmatrix} \quad K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -k_c \end{bmatrix} \tag{1}$$

对于具有 n 个扇区子结构的叶盘结构, 系统刚度矩阵和质量矩阵可以分别表示为

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_c & 0 & \dots & K_c \\ K_c & K_2 & K_c & \dots & 0 \\ 0 & K_c & K_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_c & 0 & 0 & \dots & K_n \end{bmatrix} \tag{2}$$
$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_n \end{bmatrix}$$

其中

$$M_i = \begin{bmatrix} m_1^{(i)} & 0 \\ 0 & m_2^{(i)} \end{bmatrix} \tag{3}$$

于是系统无阻尼自由振动方程为

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \tag{4}$$

1.2 典型谐调模型频率结构

采用文献[8]中给出的典型叶盘结构参数, 设有 56 个扇区, $m_1 = 1, m_2 = 426, k_1 = 1, k_2 = 1.1, k_c = 426$, 则单独叶片的固有频率为

$$\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 1 \tag{5}$$

该结构共有 112 个自由度, 求解得到的 112 阶固有频率如图 2 所示.

可以看出, 该模型的频率结构主要有以下特点:

(1) 具有三个典型频段, 其中较低阶和较高阶的分别称为第 1 频段(第 1~ 17 阶)和第 3 频段(第 74~ 112 阶), 这两频段的频率较为稀疏. 中间的第 2 频段(第 18~ 73 阶)具有较高的模态密度, 固有频率聚集在 0.98 到 1.01 之间, 接近叶片本身的固有频率. 频段 2 的这种模态密集性质, 是叶片间弱耦合的结果, 往往导致失谐周期结构的模态局部化, 正是许多文献采用该模型的原因, 有利于进行模态局部化特性的机理研究.

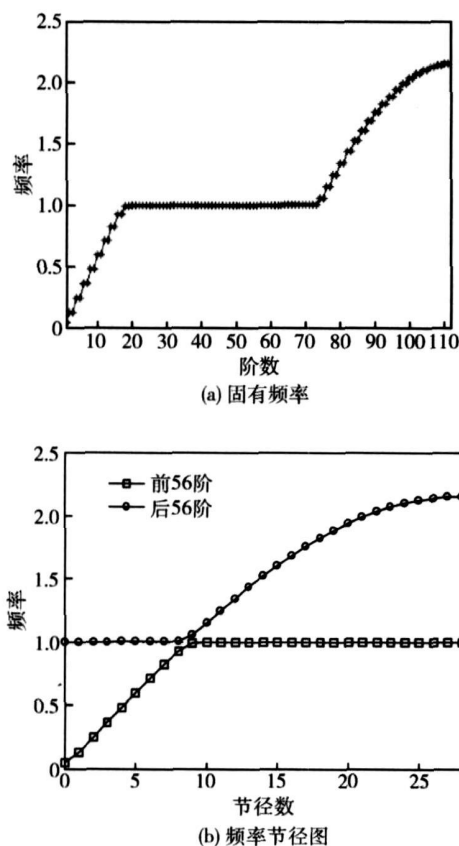


图2 典型叶盘结构频率结构

Fig. 2 Natural frequencies of the bladed disk

(2) 由于结构对称性,系统中有多阶重频出现.0节径与28节径的4阶振动中没有重频存在,而1至27节径的54阶振动是54对重频.

(3) 第2频段的模态振型均是由叶片主导的振型,在该频段的模态振型局部化对叶片的疲劳破坏影响更大,因此失谐叶盘结构的振动局部化问题应重点关注这一频段.

1.3 典型失谐参数的确定

在本文的分析中主要考虑了两方面的刚度失谐.一是叶片刚度 k_1 的失谐,它表征了叶片本身加工误差或使用中的磨损,另一是叶片间的耦合刚度 k_c 的失谐,以表征叶片间耦合刚度的不同,如由于缘板阻尼器参数误差所引起的变化等.

2 失谐振动模态局部化因子

振动模态因失谐导致局部化涉及固有频率和模态振型两方面.一般说来,由于失谐是小量的参数变化,失谐前后固有频率的变化也较小.对于模态振型,失谐后往往振型会有很大的改变,某些叶片的振动幅值会大大高于其他叶片,导致振动局部化.虽然可以由得到的模态振型图直观地表现

这种局部化,但是定量地对于这种局部化程度进行描述,对于准确评价局部化的影响至关重要.为此这里给出一种进行模态振型局部化定量描述的方法,得到一种定量描述的指标——失谐振动模态振型局部化因子.

由于失谐后叶盘结构的固有频率变化较小,可以认为失谐前后叶盘结构所受到的激励状态基本不变,因此从能量的角度出发,失谐前后叶盘结构所接受到的激励能量也可以看成是基本不变的.在这样的前提下,将在某阶激励下的模态振动能量看成是一个确定的量,对应地失谐前后模态振型矢量的各元素之和(或振型矢量的某种“范数”)应该是相同的,考虑到模态振型矢量的无量纲性质,振型矢量的不同元素值的大小,表征了相应各叶片振动能量在总能量中的所占的比值,因此,可以通过比较相应阶模态振型的失谐前后最大元素的变化,来定量反映失谐振动模态局部化的程度.其物理含义在于,失谐后振型矢量中最大元素增大,说明叶盘中相应叶片所具有的振动能量也增大,该叶片振动程度增大,在总能量不变的情况下,其余叶片的振动能量和振动程度相应减小,整个结构振动局限于振动较大的叶片.

根据上述的思路,首先进行振型矢量元素的无量纲化定义.设 $\bar{u}_j$ 某阶振型矢量的第 j 个元素,表示该阶模态振动时第 j 个叶片的典型振动幅值, $\sum_{j=1}^n \bar{u}_j$ 为各个叶片的振动位移幅值之和,从而可以定义振型矢量的第 j 个元素的无量纲值为

$$u_j = \bar{u}_j / \sum_{j=1}^n \bar{u}_j \quad (6)$$

式中 n 代表叶盘结构叶片数.该无量纲振型元素实际上表示了相应的叶片振动能量在该阶模态振动能量中的比重.

对于任一阶模态,若按式(6)分别求的失谐前后振型矢量的最大无量纲元素分别为 $v_{\max}$ 和 $u_{\max}$,则可以定义失谐振动模态振型局部化因子为

$$R_{ML} = \frac{u_{\max} - v_{\max}}{v_{\max}} \quad (7)$$

该局部化因子的物理意义在于,反映了失谐后具有最大模态振动叶片的振幅比失谐前叶片的最大振幅增大的程度.从而定量地描述了失谐叶盘模态振型局部化的程度.

一般说来, R_{ML} 越大说明局部化越严重,叶盘上最大振动叶片的振幅比谐调时有更大的增加.对于谐调的模态振型,其 $R_{ML} = 0$.若计算得到负

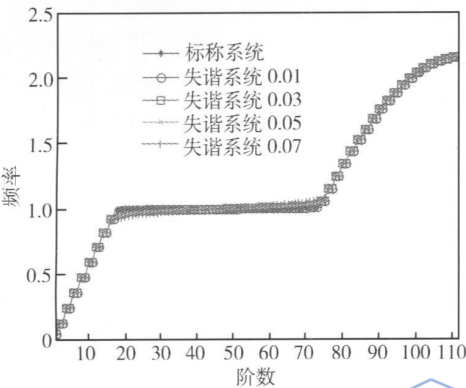
值的局部化因子, 则是表示了失谐不仅不产生局部化而且会对原有的谐调振型有更好地改善作用, 其中的最大振动叶片的振幅甚至小于谐调时的最大振幅. 这正是进行失谐优化设计的目标之一. 理论计算和实验^[9]表明, 在引入某些形式的人为失谐的情况下, 可能出现模态局部化系数为负的情况.

另一方面, 随机失谐叶盘结构模态振型概率特性的描述涉及随机场, 因此是较为复杂的. 而上面定义的模态振型局部化因子, 将随机场的每一样本矢量转换为随机变量的一个样本值, 这些样

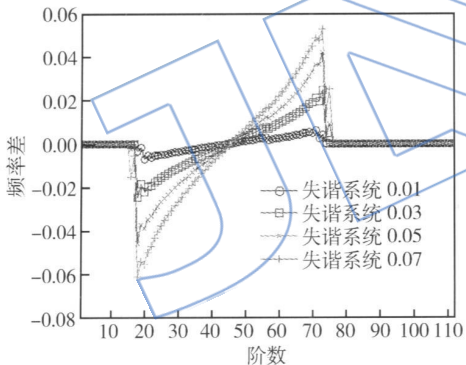
本值的集合则形成了表征模态振型概率特性的随机变量, 而且具有明确的物理意义, 即该随机变量地统计特性(均值和标准差)反映了失谐导致的该阶模态振型最大元素的增大程度的统计特性(均值和标准差).

3 随机失谐叶盘结构固有频率概率特性

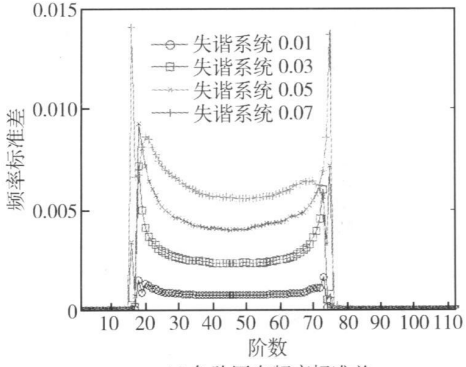
设考虑叶片刚度失谐. 取其失谐均值为 0, 标准差分别为 0.01, 0.03, 0.05 和 0.07, 抽样 1 000 次, 仿真得到的固有频率均值和标准差如图 3 所



(a) 失谐各阶固有频率均值



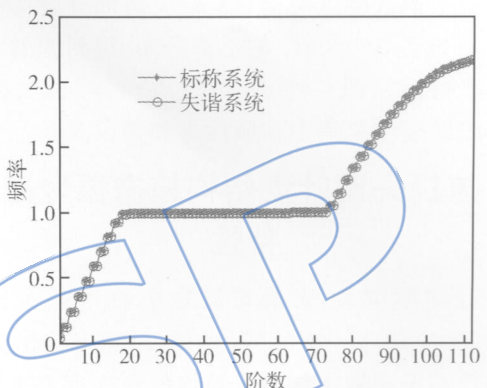
(b) 各阶均值与谐调时的频率差



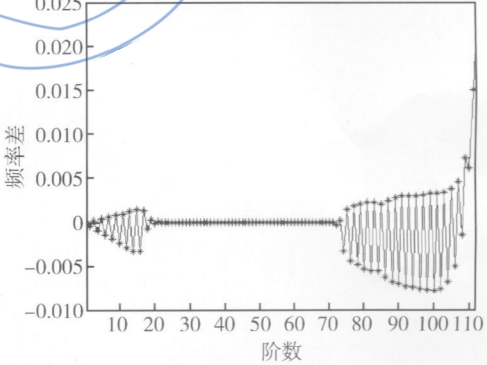
(c) 各阶固有频率标准差

图 3 k_1 失谐的各阶固有频率均值和标准差

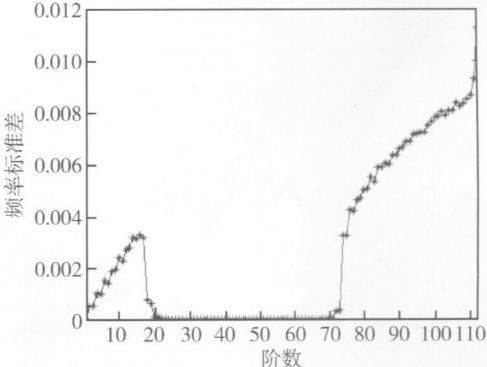
Fig.3 Mean values and standard deviations of natural frequencies when k_1 is mistuned



(a) 失谐各阶固有频率均值



(b) 各阶均值与谐调时的频率差



(c) 各阶固有频率标准差

图 4 k_c 失谐的各阶固有频率均值和标准差

Fig.4 Mean values and standard deviations of natural frequencies when k_c is mistuned

示. 总体来看, 在第 1, 3 频段, 失谐固有频率的均值与谐调的差别并不明显, 标准差较小. 在频段 2 (模态密集区域), 失谐后的各阶固有频率标准差变化较大, 在频段交界处最大, 并在频段 2 内保持在较高的水平. 值得注意的是频段交界处正是频率节径图中频率转向的位置, 说明在此位置对失谐最为敏感, 容易发生模态局部化现象. 随着随机失谐幅值(标准差)的增大, 固有频率均值与谐调时的差别加大, 固有频率标准差也相应增加. 因此, 在给定的随机失谐模式下, 系统频率只在模态密集的频段 2 内对失谐敏感.

对于耦合刚度失谐, 设 k_c 失谐部分服从均值为 0, 标准差为 $0.05k_c$ 的正态分布, 得到的固有频率概率特性如图 4 所示. 可以看出, k_c 的失谐对频率的影响主要集中在频段 1 和频段 3.

4 随机失谐叶盘结构模态振型概率特性

叶片刚度 k_1 失谐均值为 0, 标准差分别为 0.01, 0.03, 0.05 和 0.07, 抽样 1 000 次, 仿真得到的模态振型局部化因子的均值和标准差如图 5 和图 6 所示. 与固有频率的统计特性相似, 失谐的

影响主要体现在频段 2, 而在频段 1 和频段 3, 局部化因子的均值和标准差都很小. 对比叶片自由度和轮盘自由度可以发现, k_1 失谐对叶片的影响要远大于对轮盘的影响, 而且这时频段交界处的影响更大. 此外, 在第 28, 29 阶和第 56, 57 阶处, 两者的局部化因子均发生突变. 值得注意的是这几阶振型是很有特点的, 首先它们都在局部化现象明显的频段 2 内, 第 28, 29 阶对应 14 节径数, 第 56 阶对应 28 节径, 第 57 阶对应 0 节径, 从振型上来看, 这是频段 2 内各扇区能量分布最为均匀的几阶振型, 尤其对于第 56 和 57 阶, 谐调时各扇区振幅的完全相等的.

另一方面, 在影响较大的频段 2, 叶片自由度局部化因子随失谐幅值增加而增大; 而轮盘自由度局部化程度是随刚度失谐幅值的增加而减小, 并且其局部化程度也要小于叶片自由度.

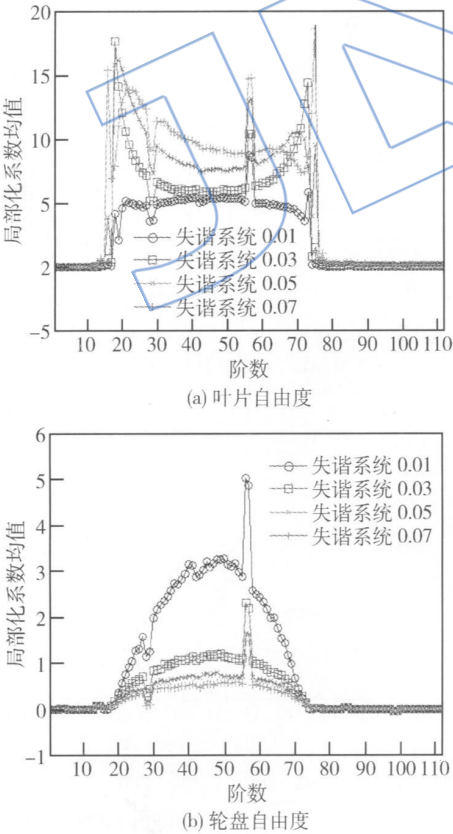


图 5 k_1 失谐圆周结构的局部化因子均值
Fig. 5 Mean values of localization factors when k_1 is mistuned

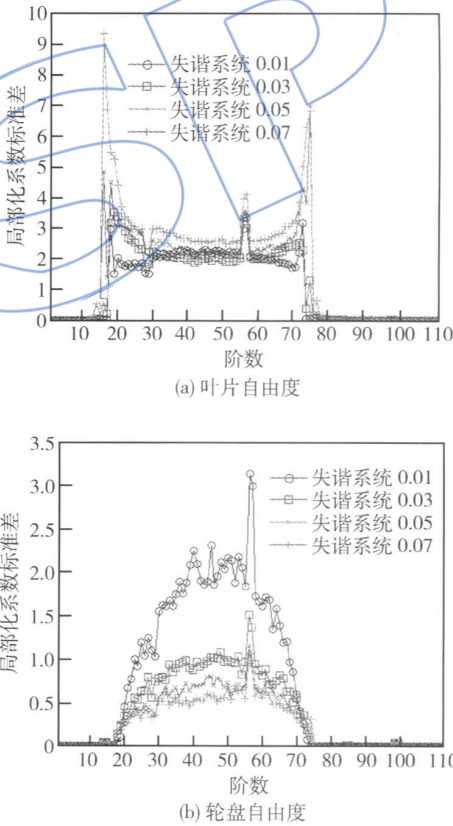


图 6 k_1 失谐各阶模态振型局部化因子标准差
Fig. 6 Standard deviations of localization factors when k_1 is mistuned

k_c 失谐的结果如图 7 和图 8 所示. 可见, 低阶和高阶模态振型的局部化因子均值和标准差较大, 而且各阶振型的叶片与轮盘自由度的局部化因子均值与标准差的分布是完全一致的, 这是由

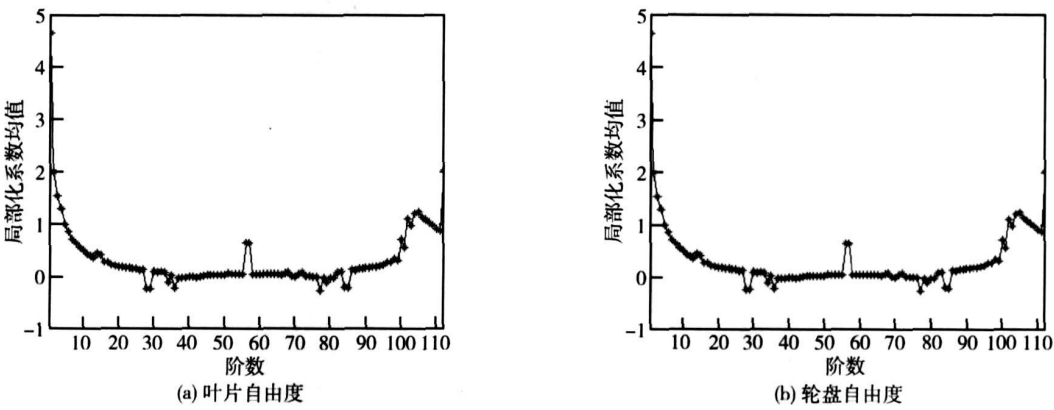


图 7 k_c 失谐各阶模态振型局部化因子均值

Fig. 7 Mean values of localization factors when k_c is mistuned

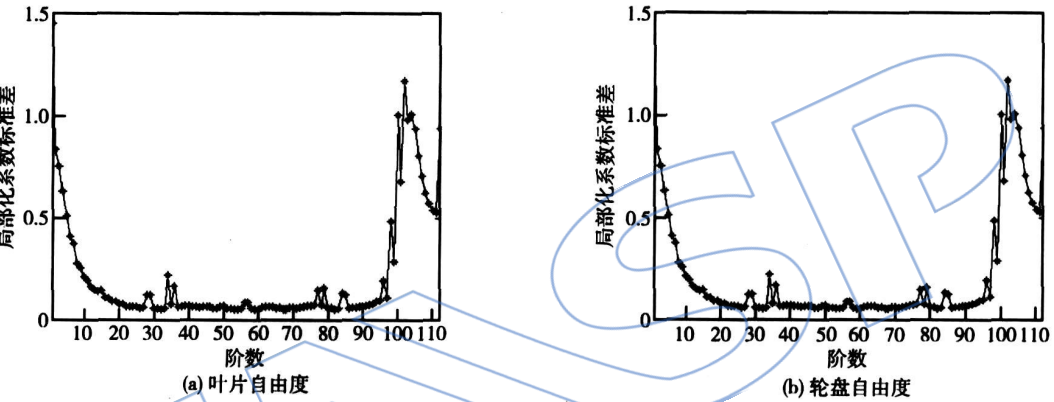


图 8 k_c 失谐各阶模态振型局部化因子标准差

Fig. 8 Standard deviations of localization factors when k_c is mistuned

于在耦合刚度 k_c 失谐的情况下, 叶片振型的分布形式与轮盘振型的分布形式在抽样过程中始终保持一致, 只是幅值大小不同, 而这里所定义的局部化因子是一个比例关系, 因此对于叶片和轮盘会得到一样的局部化因子。

从上面对两种刚度失谐的研究可知:

(1) 叶片刚度 k_1 的失谐主要影响模态密集的频段 2, 在该频段内的振型以叶片自由度振动为主; k_c 的失谐主要影响频段 1 和频段 3, 在这些频段内, 各扇区两自由度的振动相当。因此, k_1 的失谐应更严格地加以控制, 以尽可能减小叶片的振动。

(2) 局部化程度一般会在特殊频率点处发生突变现象, 这些特殊点主要是频段交界处, 振型组交界处等。

5 结 论

本文基于单扇区两自由度集中参数模型和

Monte Carlo 仿真, 较为详细计算和分析了叶盘结构在具有不同程度的叶片刚度和叶片间耦合刚度随机失谐情况下, 固有频率和模态振型的概率统计特性, 可以为失谐叶盘结构的分析设计提供参考。

本文提出的评价模态振型局部化程度的定量指标, 不仅可以用作随机变量描述随机失谐叶盘结构模态振型局部化程度的概率统计特性, 避免对概率模态振型进行复杂的随机场的描述, 而且也可以用作确定性失谐分析中进行模态振型局部化程度的定量描述指标。

值得注意的是, 上述仿真结果中表现的频段交界和振型组交界处固有频率和模态局部化因子的“突变”问题, 应在今后研究加以重视, 其中所反映的本质非线性将可能真正揭示失谐周期结构振动特性局部化的机理。

参考文献:

[1] Srinivasan A. Flitter and resonant vibration characteristics

- of engine blades [J]. ASME Eng Gas Turbine Power, 1997, 119(4): 742-775.
- [2] Slater J C, Minkiewicz G R, Blair A J. Forced response of bladed disk assemblies – a survey [J]. The Shock and Vibration Digest, 1999, 31(1): 17-24.
- [3] 王建军, 李其汉, 朱梓根. 失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化问题的研究进展 [J]. 力学进展, 2000, 30(4): 517-528.
- WANG Jianjun, LI Qihan, ZHU Zigen. Vibratory localization of mistuned bladed disk assemblies—a review [J]. Advances in Mechanics, 2000, 30(4): 517-528.
- [4] 王建军, 许建东, 李其汉. 失谐叶片-轮盘结构振动局部化的分析模型 [J]. 汽轮机技术, 2004, 46(4): 256-259.
- WANG Jianjun, XU Jiandong, LI Qihan. Analytical models mistuned blade disk assemblies – a review [J]. Turbine Technology, 2004, 46(4): 256-259.
- [5] Lin C, Mignolet M. An adaptive perturbation scheme for the analysis of mistuned bladed disks [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, 1997, 119: 153-160.
- [6] Mignolet M P, Lin C C, LaBorde B H. A novel limit distribution for the analysis of randomly mistuned bladed disks [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, 2001, 123: 388-394.
- [7] Sinha A. Computation of the statistics of forced response of a mistuned bladed disk assembly via polynomial chaos [R]. GT2003-38961, Proceedings of ASME Turbo Expo, Atlanta, GA: 2003.
- [8] Rotea M, Fernando D A. New tools for analysis and optimization of mistuned bladed disks [R]. AIAA-2002-4081, 2002.
- [9] 涂杰. 谐调和失谐叶盘结构实验件振动模态特性实验与分析 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2007.

JAS SP